Тридцать первая Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Московская область, 2026 год

Первый тур

Конкурс	**11 класс**
Дата написания	**15 марта 2026 г.**
Количество заданий	**4**
Сумма баллов	**48**
Время написания	**3 часа 30 минут**

Задача 1. *Такси-монополист-2* *(12 баллов)*

Продолжим тему регулирования агрегаторов такси, поднятую нами в региональном этапе олимпиады. Снова рассмотрим город, в котором работает единственный сервис такси (платформа-монополист), соединяющий пассажиров и водителей. В дневное время спрос на услуги такси описывается уравнением $Q_D = 400 - P_D$, а предложение — уравнением $Q_S = P_S - 100$. Платформа устанавливает P_D и P_S, разницу забирая себе. Напомним, что в отсутствие вмешательства государства оптимальный для платформы объем поездок равен 75.

Добавим новое условие: платформа-монополист несет на свое функционирование постоянные издержки, равные $FC = 10\,000$ (других издержек, помимо выплат водителям, нет). Решение о том, работать ли ей (и понести FC) или не открываться (и не понести FC), платформа принимает после того, как узнает о том, какова политика государства. При безразличии платформа выбирает работать. Если платформа функционирует, то все поездки совершаются через нее. При подсчете общественного благосостояния в присутствии платформы учитывайте ее *прибыль*.

а) *(1 балл)* В отсутствие платформы водителям и пассажирам было бы гораздо сложнее находить друг друга, и поэтому в этом случае реализовался бы только объем поездок $Q_0 = 20$. Чему было бы равно общественное благосостояние в отсутствие платформы *в лучшем случае*, то есть если объем Q_0 поездок совершался бы водителями с наиболее низкими издержками, которые перевозили бы пассажиров с наибольшей готовностью платить? В дальнейшем считайте, что в отсутствие платформы реализуется именно этот уровень благосостояния.

б) *(1 балл)* Приводит ли существование платформы к повышению общественного благосостояния? Если да, то на сколько ден. ед.?

в) *(4 балла)* Допустим, государство может назначать пол и/или потолок количества поездок на платформе. Найдите максимально возможный уровень общественного благосостояния, достижимый с помощью этих инструментов.

г) *(6 баллов)* Теперь допустим, что государство не может вводить пол и потолок количества поездок, но может ввести для платформы субсидию по произвольной схеме $S = f(Q)$, где S — общая сумма выплаченной субсидии (возможно, отрицательная), Q — объем поездок на платформе. Если платформа безразлична между несколькими объемами, она выбирает наибольший. При какой схеме $f(Q)$ выполнены следующие два условия: (1) общественное благосостояние максимально и (2) расходы на субсидию минимальны среди всех схем, удовлетворяющих условию (1)? Достаточно привести пример одной такой схемы $f(Q)$ с обоснованием. Найдите максимально возможный уровень благосостояния, достижимый с помощью такого инструмента, и минимально возможные расходы на субсидию.

Решение

Обратные функции спроса и предложения имеют вид $P_D = 400 - Q$ и $P_S = 100 + Q$. Общественное благосостояние (W) — это суммарная выгода всех участников рынка. До вычета постоянных издержек FC оно представляет собой площадь фигуры между кривыми спроса и предложения на участке от 0 до Q. Эта фигура является трапецией. Ее первое основание (разница цен при $Q = 0$): $400 - 100 = 300$. Второе основание (разница цен при заданном объеме Q): $(400 - Q) - (100 + Q) = 300 - 2Q$. Высота трапеции: Q. Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту: $S = \frac{300+(300-2Q)}{2} \cdot Q = \frac{600-2Q}{2} \cdot Q = 300Q - Q^2$. Формула общественного благосостояния при функционирующей платформе (с учетом постоянных издержек): $W(Q) = 300Q - Q^2 - 10000$.

а) *(1 балл)* В отсутствие платформы FC нет. Благосостояние равно площади трапеции при $Q = 20$: $W_0 = 300 \cdot 20 - 20^2 = 6000 - 400 = 5600$.

б) *(1 балл)* Платформа без регулирования выберет $Q_M = 75$. Благосостояние составит: $W_M = 300 \cdot 75 - 75^2 - 10000 = 22500 - 5625 - 10000 = 6875$. Разница: $\Delta W = 6875 - 5600 = 1275$. Да, платформа приводит к повышению благосостояния на 1275 ден. ед.

Примечание: вывод о том, что благосостояние растет, не очевиден из-за наличия FC. Например, при тех же FC и $Q_0 = 30$ платформа вошла бы на рынок, но этим своим шагом уменьшила бы благосостояние!

в) *(4 балла)* Общественное благосостояние равно $W(Q) = 300Q - Q^2 - 10000$, если платформа работает, и 5600, если нет. Платформа работает, если $\pi(Q) \geqslant 0$, то есть $300Q - 2Q^2 - 10000 \geqslant 0$. Таким образом, если государство директивно назначит количество поездок на платформе (например, комбинацией пола и потолка), то благосостояние составит

$$\begin{cases} 300Q - Q^2 - 10000, & 300Q - 2Q^2 - 10000 \geqslant 0; \\ 5600, & 300Q - 2Q^2 - 10000 < 0. \end{cases}$$

Неравенство $300Q - 2Q^2 - 10000 \geqslant 0$ эквивалентно $Q \in [50; 100]$, так что благосостояние равно

$$\begin{cases} 300Q - Q^2 - 10000, & 50 \leqslant Q \leqslant 100; \\ 5600, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Поскольку вершина параболы $300Q - Q^2 - 10000$ находится в точке $Q = 150 > 100$, функция $300Q - Q^2 - 10000$ возрастает на этом участке, а значит, оптимальным Q на нем является $Q = 100$. Благосостояние при $Q = 100$ равно 10000 > 5600, и поэтому объем $Q = 100$ оптимален. Государству достаточно установить пол (минимальный объем) $Q = 100$, так как прибыль фирмы убывает при $Q \geqslant 100$. (Здесь неравенство 10000 > 5600 можно и не проверять, так как из ответа на пункт б) следует, что даже при выпуске $Q = 75$ благосостояние в присутствии платформы выше, чем без нее, значит, при $Q = 100$ это тем более так, ведь благосостояние возрастает на этом участке.)

г) *(6 баллов)* Глобальный максимум функции $W(Q)$ достигается в вершине параболы $Q^* = 150$. Максимально возможное благосостояние: $W_{max} = 300 \cdot 150 - 150^2 - 10000 = 12500$. Прибыль платформы при $Q = 150$ без субсидии составит: $\pi(150) = 300 \cdot 150 - 2 \cdot 150^2 - 10000 = 45000 - 45000 - 10000 = -10000$. Чтобы платформа согласилась работать, ее итоговая прибыль должна быть неотрицательной: $\pi(150) + S(150) \geqslant 0 \implies S(150) \geqslant 10000$. Значит, минимальные расходы на субсидию равны $S_{min} = 10000$. Для того чтобы платформа добровольно выбрала $Q = 150$, эта точка должна приносить ей максимальную прибыль с учетом субсидии. Максимальная прибыль платформы без субсидии достигается в вершине параболы прибыли $Q = 75$ и равна 1250. Подходящим примером функции $f(Q)$ будет такая схема, которая компенсирует издержки при $Q = 150$ и делает все остальные варианты менее привлекательными или приносящими такую же прибыль (такую же может только при $Q \leq 150$, иначе платформа выберет больший объем):

$$f(Q) = \begin{cases} 10000, & Q = 150 \\ -1250 - 1, & Q \neq 150 \end{cases}$$

При такой схеме прибыль платформы при $Q = 150$ равна 0. Поскольку штраф при низких Q больше чем максимальная прибыль без вмешательства, выпуск $Q = 150$ является единственным оптимальным, платформа выберет его.

Схема проверки

а) Всего за пункт 1 балл, из них:

К1 Корректно рассчитано значение $W_0 = 5600 \to 1$ балл

б) Всего за пункт 1 балл, из них:

К2 Корректно рассчитано значение $W_M = 6875 \to 1$ балл

в) Всего за пункт 4 балла, из них:

К3 Составлено ограничение на участие платформы ($\pi(Q) \geqslant 0$) $\to$ 1 балл

К4 Найден допустимый диапазон объемов ($Q \in [50; 100]$) или его верхняя граница $\to$ 1 балл

К5 Указано, что на допустимом множестве $W(Q)$ возрастает и максимум достигается при $Q = 100 \to 1$ балл

К6 Верно найдено максимальное благосостояние $W = 10000 \to 1$ балл

г) Всего за пункт 6 баллов, из них:

К7 Найден глобальный общественный оптимум $Q = 150 \to 1$ балл

К8 Верно найдено максимально возможное благосостояние $W = 12500 \to 1$ балл

К9 Рассчитана прибыль монополиста в точке общественного оптимума (-10000) $\to$ 1 балл

К10 Обосновано и найдено минимальное значение расходов на субсидию $S = 10000$, необходимое для достижения $Q = 150 \to 1$ балл

К11 Приведена корректная функция (схема) субсидирования, то есть функция субсидии $f(Q)$, удовлетворяющая следующим ограничениям:

$$\begin{cases} f(Q) \leq -\pi(Q), & Q < 150; \\ f(Q) = -\pi(Q), & Q = 150; \\ f(Q) < -\pi(Q), & Q > 150, \end{cases}$$

где $\pi(Q) = 300Q - 2Q^2 - 10000 \to 1$ балл.

К12 Дано обоснование, почему платформа выберет именно $Q = 150$ при предложенной схеме $\to$ 1 балл

Задача 2. *Баскетбол и стимулы* *(12 баллов)*

Чемпионат Высшей лиги баскетбола страны Альфа состоит из кругового турнира и стадии плей-офф. В круговом турнире все команды играют друг с другом по нескольку раз. По итогам кругового турнира лучшие команды попадают в плей-офф — стадию игр на выбывание, где разыгрывается чемпионство.

Попадание в плей-офф имеет важные экономические последствия: увеличивает доходы клуба (за счет билетов, рекламы и трансляций), повышает популярность команды, делает ее более привлекательной для звездных игроков и, следовательно, спонсоров. Поэтому каждая команда стремится попасть в плей-офф. Однако не все команды одинаково успешны: часть из них уже по ходу кругового турнира понимает, что не сможет занять место, дающее право на участие в плей-офф.

В Лиге действует так называемая система драфта: каждый год после окончания чемпионата команды получают право выбирать молодых перспективных игроков, которые собираются начать профессиональную карьеру. Первой новичка выбирает команда, которая заняла в круговом турнире самое последнее место. Второй новичка выбирает команда, которая заняла предпоследнее место, и так далее.

а) *(3 балла)* Объясните, почему система драфта нужна Лиге для увеличения своей прибыли.

б) *(3 балла)* Объясните, почему система драфта может влиять на стимулы команды таким образом, что, максимизируя свою собственную выгоду, она будет наносить экономический ущерб Лиге в целом.

в) *(6 баллов)* Руководство Лиги осознало проблему, описанную в пункте **б)**, и решило модифицировать систему драфта. Предложите два различных изменения в правилах Лиги, каждое из которых может изменить стимулы команд для решения этой проблемы. Обоснуйте, почему каждое из предложенных вами изменений правил позволит решить или, по крайней мере, ослабить проблему из пункта **б)**. Приведите также по одному недостатку каждого из предложенных вами изменений правил.

Решение

Историческая справка: Описанная в задаче ситуация не является полностью выдуманной. Именно так изначально работала система драфта в Национальной баскетбольной ассоциации (НБА) в 1940-1960-х годах. Команды действительно прибегали к намеренным проигрышам (в спортивной экономике это называется «танкинг»), чтобы заполучить лучших игроков на драфте. Чтобы побороть эту проблему, в 1985 году НБА ввела драфт-лотерею (где последнее место дает лишь максимальный шанс на первый выбор, но не гарантирует его), а в последние годы ввела турнир плей-ин для расширения зоны борьбы в конце сезона.

а) *(3 балла)* Система драфта помогает усилить самые слабые команды, что способствует выравниванию сил и обострению конкуренции в турнире в следующем сезоне. Более острая конкуренция приводит к тому, что матчи становятся более интересными и непредсказуемыми. Популярность турнира растёт, а вслед за ней увеличиваются и доходы Лиги от продажи билетов, прав на трансляции и рекламных контрактов.

Альтернативным способом увеличения прибыли лиги является создание шоу из самого процесса драфта: за его ходом интересно наблюдать, что аналогичным образом повышает популярность Лиги и её прибыль.

б) *(3 балла)* Если по ходу сезона команда понимает, что в плей-офф ей уже не попасть, у неё появляется стимул занять более низкое место в турнире, чтобы получить лучшего новичка и лучшие спортивные перспективы в следующем сезоне. В результате команда намеренно плохо играет (выпускает резервистов, не прилагает усилий для победы). Это снижает качество и зрелищность матчей, отталкивает зрителей от экранов и трибун, что в итоге наносит экономический ущерб Лиге из-за падения общих доходов.

в) *(6 баллов)* Возможные решения (достаточно привести два):

1. **Введение лотереи при распределении очередности драфта**, когда последнее место в турнире не гарантирует получение первого выбора, а лишь даёт наибольшую вероятность этого события. Это снижает стимулы намеренно проигрывать каждую игру, так как гарантий получения лучшего игрока больше нет.

Недостаток: элемент случайности может привести к тому, что объективно самая слабая команда, реально нуждающаяся в спасении, останется без нужного усиления.

2. **Расширение зоны плей-офф** (или введение стыковых матчей для пограничных мест), чтобы у команд до самого конца сезона было больше шансов пройти в следующую стадию турнира. Данная мера сохраняет спортивный интерес и мотивацию побеждать до самого конца сезона для гораздо большего числа команд.

Недостаток: снижает ценность и эксклюзивность попадания в плей-офф для настоящих лидеров регулярного сезона.

3. **Фиксация рейтинга для драфта в середине сезона**. Как правило, в первой половине кругового турнира у каждой команды ещё есть шансы выйти в плей-офф, поэтому стимул намеренно проигрывать пока не перевешивает стимул бороться за высокие места. Этот механизм позволит устранить намеренные поражения в матчах в конце сезона.

Недостаток: рейтинг в середине сезона больше подвержен случайным факторам, что снижает эффективность балансировки сил команд.

Схема проверки

а) Полный балл за пункт ставился за полное обоснование, как система драфта повышает прибыль Лиги.

Баллы за пункт не ставились в случае, если приведённый участником механизм повышения прибыли не основан на специфике системы драфта. Например, не оценивались рассуждения о том, что появление новых игроков необходимо для сохранения интереса к Лиге (приток новых игроков можно обеспечить и без системы драфта).

Баллы за пункт могли быть снижены за неполноту механизма (за каждую неточность снимался 1 балл). Типичные ошибки:

- не обосновано, как повышение зрелищности матчей приводит к повышению прибыли Лиги;
- приведён механизм повышения прибыли одной или нескольких команд, но не указано, как меняется прибыль Лиги;

- не объяснено, почему происходит рост популярности Лиги в целом, а не переток зрителей от одних матчей к другим.

б) Полный балл за пункт ставился за рассуждения о том, что командам, не имеющим шанса на выход в плей-офф, будет выгодно намеренно проигрывать для получения преимущества в драфте.

Баллы за пункт не ставились за рассуждения, в которых в явном виде не описана ситуация, когда стимул намеренно проиграть превышает стимул бороться за победу. Типичные ошибки:

- не определён или неверно выделен класс команд, которым выгодно проигрывать (например, команды, имеющие несколько поражений подряд);
- не объяснено, зачем командам намеренно проигрывать.

в) По 3 балла ставилось за каждый (не более двух) корректный способ изменения правил Лиги с обоснованием механизма решения проблемы, описанной в пункте **б)**, и примером недостатка.

Баллы за способ изменения правил не ставились в следующих случаях:

- некорректно определена проблема в пункте **б)**;
- изменение правил «деструктивно» (например, ведёт к отказу команд от участия в Лиге или её исчезновению);
- предложенная мера не изменяет стимулы команд в текущем сезоне, или механизм этого влияния не однозначен (например, запрет команде выбирать первой два года подряд).

Баллы за способ изменения правил могли быть снижены за неполноту рассуждений (за каждую неточность снимался 1 балл). Типичные ошибки:

- не описано, как предложенное изменение решает проблему пункта **б)**;
- пример недостатка не приведён или это пример вида «не полностью решается проблема пункта **б)**».

Задача 3. *Динамическая ДКП* *(12 баллов)*

Рассмотрим закрытую экономику, в которой изменение во времени двух макропеременных — разрыва выпуска x_t и инфляции π_t — задано двумя функциями:

$$x_t = x_{t-1} - 0{,}5(i_t - \pi_t^e - 4) \tag{3.1}$$

$$\pi_t = x_t + \pi_t^e \tag{3.2}$$

Уравнение (3.1) обычно называют «кривая IS», а уравнение (3.2) — форма записи кривой Филлипса. Здесь $i_t \geqslant 0$ — номинальная ставка, которую устанавливает центральный банк, π_t^e — ожидаемая инфляция. Значения всех переменных измеряются в процентах. Начальные условия в период $t = 0$: $x_0 = 2$, $\pi_0 = 8$.

Задача Центрального банка — поддерживать инфляцию на целевом уровне $\pi^\star = 4$, при этом он стремится предотвращать избыточные разрывы выпуска. Это означает, что *оптимальной* из всех комбинаций процентных ставок, которые ведут к возвращению инфляции на целевой уровень, является такая, при которой максимальный по модулю разрыв выпуска за два периода $t = 1, 2$ (то есть величина $\max(|x_1|,|x_2|)$) принимает минимальное значение.

а) *(5 баллов)* Представим, что у экономических агентов *адаптивные ожидания*, то есть $\pi_t^e = \pi_{t-1}$. Найдите все комбинации ставок i_1 и i_2, которые обеспечат возвращение инфляции к цели в год $t = 2$. Объясните содержательно, почему i_1 и i_2 связаны именно так. Укажите оптимальную для ЦБ комбинацию (i_1, i_2) и значения (x_1, x_2) при ней.

б) *(7 баллов)* Представим, что ожидания экономических агентов частично «заякорены» на цель ЦБ по инфляции: $\pi_t^e = \frac{\pi_{t-1}+\pi^\star}{2}$. Найдите все комбинации ставок i_1 и i_2, которые обеспечат возвращение инфляции к цели в год $t = 2$, и укажите оптимальную для ЦБ комбинацию (i_1, i_2) и значения (x_1, x_2) при ней. Сравните результаты с пунктом **а)** и содержательно объясните, как изменение механизма формирования инфляционных ожиданий повлияло на способность ЦБ обеспечить целевой уровень инфляции, минимизируя разрыв выпуска.

Решение

а) Первый период ($t = 1$):

Ожидания: $\pi_1^e = \pi_0 = 8$.

Разрыв выпуска: $x_1 = 2 - 0{,}5(i_1 - 8 - 4) = 8 - 0{,}5i_1$.

Инфляция: $\pi_1 = x_1 + 8 = 16 - 0{,}5i_1$.

Второй период ($t = 2$):

Ожидания: $\pi_2^e = \pi_1 = 16 - 0{,}5i_1$.

По условию цель достигнута, значит $\pi_2 = 4$.

Из уравнения Филлипса: $4 = x_2 + 16 - 0{,}5i_1 \Rightarrow x_2 = 0{,}5i_1 - 12$. Подставляем в уравнение IS для второго периода:

$x_2 = x_1 - 0{,}5(i_2 - \pi_2^e - 4)$

$0{,}5i_1 - 12 = 8 - 0{,}5i_1 - 0{,}5(i_2 - (16 - 0{,}5i_1) - 4)$

$0{,}5i_1 - 12 = 8 - 0{,}5i_1 - 0{,}5i_2 + 8 - 0{,}25i_1 + 2$

$0{,}5i_1 - 12 = 18 - 0{,}75i_1 - 0{,}5i_2$

Зависимость между ставками: $i_2 = 60 - 2{,}5i_1$.

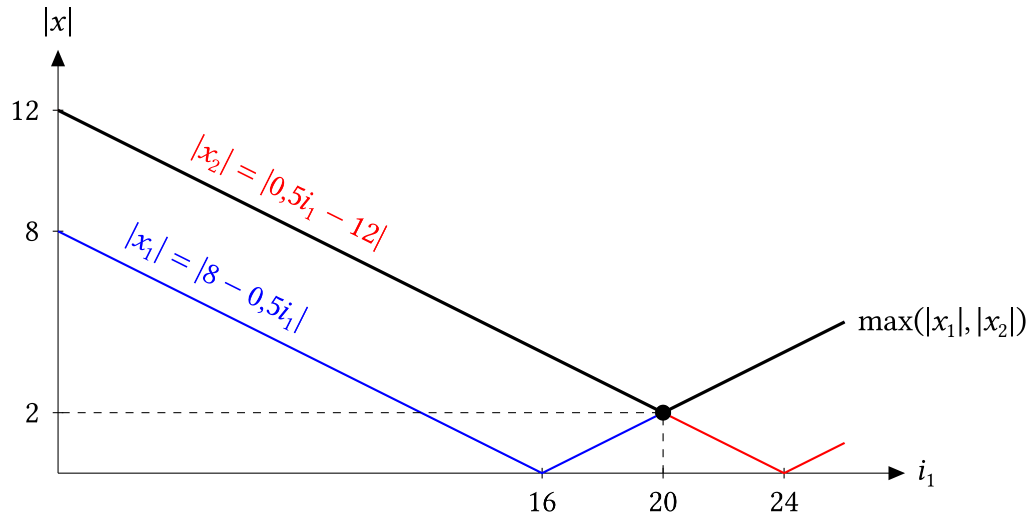
Содержательное объяснение: Между i_1 и i_2 существует отрицательная зависимость. Если ЦБ проводит мягкую политику сегодня (низкая i_1), это ведет к росту инфляции в первом периоде. Из-за адаптивности ожиданий высокая инфляция переносится на ожидания следующего года. Чтобы погасить этот инфляционный импульс и вернуть инфляцию к цели, ЦБ придется проводить намного более жесткую политику завтра (высокая i_2). Также можно отметить, что ставка i_1 влияет с коэффициентом $2{,}5 > 1$. Это можно объяснить тем, что рост первой ставки ведет к снижению инфляции в первом периоде, за счет чего во втором периоде необходимо сократить инфляцию на меньшую величину, а также происходит снижение инфляционных ожиданий на второй период, что также ведет к падению π_2.

Оптимизация:

ЦБ минимизирует максимальное отклонение $\max(|x_1|, |x_2|)$. Заметим, что сумма разрывов постоянна: $x_1 + x_2 = (8 - 0{,}5i_1) + (0{,}5i_1 - 12) = -4$.

Минимум максимального по модулю отклонения для суммы, равной константе, всегда достигается при равенстве значений: $x_1 = x_2$. $8 - 0{,}5i_1 = 0{,}5i_1 - 12 \Rightarrow i_1 = 20\,\%$. Тогда $x_1 = -2$ и $x_2 = -2$. Максимальное отклонение равно 2.

Графически ситуация сводится к следующему:



Ставка второго периода: $i_2 = 60 - 2{,}5 \cdot 20 = 10\,\%$.

Оптимальная комбинация для ЦБ: $i_1 = 20\,\%$, $i_2 = 10\,\%$. Значения выпуска: $x_1 = -2, x_2 = -2$.

б) Первый период ($t = 1$):

Ожидания: $\pi_1^e = \frac{8+4}{2} = 6$.

Разрыв выпуска: $x_1 = 2 - 0{,}5(i_1 - 6 - 4) = 7 - 0{,}5i_1$.

Инфляция: $\pi_1 = x_1 + 6 = 13 - 0{,}5i_1$.

Второй период ($t = 2$):

Ожидания: $\pi_2^e = \frac{13 - 0{,}5i_1 + 4}{2} = 8{,}5 - 0{,}25i_1$.

Цель достигнута: $\pi_2 = 4$.

Из уравнения Филлипса: $4 = x_2 + 8{,}5 - 0{,}25i_1 \Rightarrow x_2 = 0{,}25i_1 - 4{,}5$.

Подставляем в уравнение IS:

$0{,}25i_1 - 4{,}5 = 7 - 0{,}5i_1 - 0{,}5(i_2 - (8{,}5 - 0{,}25i_1) - 4)$
$0{,}25i_1 - 4{,}5 = 7 - 0{,}5i_1 - 0{,}5i_2 + 6{,}25 - 0{,}125i_1$
$0{,}25i_1 - 4{,}5 = 13{,}25 - 0{,}625i_1 - 0{,}5i_2$
Зависимость между ставками: $i_2 = 35{,}5 - 1{,}75i_1$.

Оптимизация: Минимизируем функцию $f(i_1) = \max(|7-0{,}5i_1|, |0{,}25i_1-4{,}5|)$. Точка глобального минимума также находится на пересечении графиков, где $x_1 = x_2$:

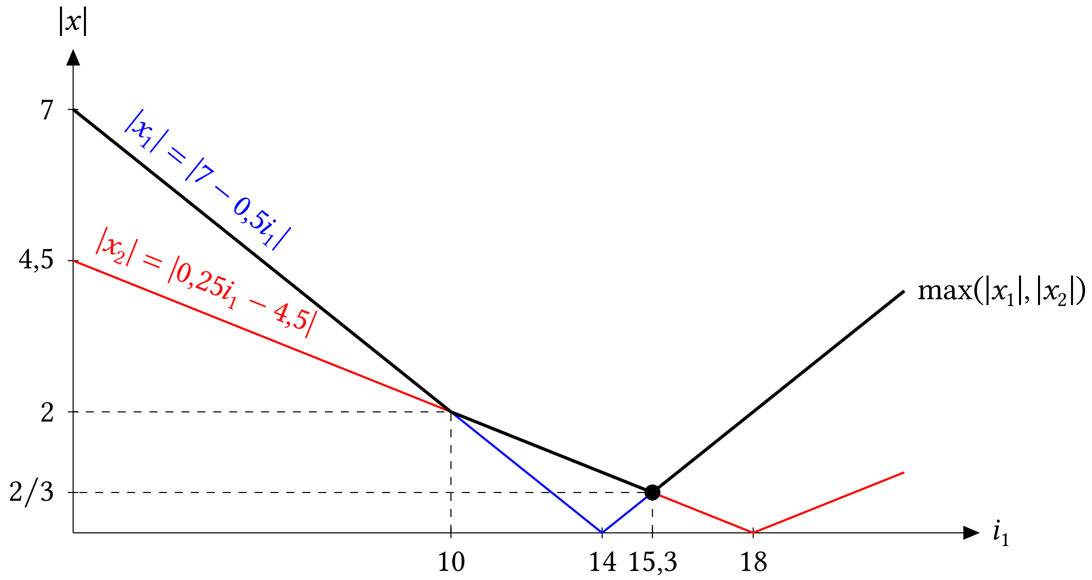
$$7 - 0{,}5i_1 = 0{,}25i_1 - 4{,}5 \Rightarrow 0{,}75i_1 = 11{,}5 \Rightarrow i_1 = \frac{46}{3}\,\% \approx 15{,}33\,\%.$$

Ставка второго периода: $i_2 = 35{,}5 - 1{,}75 \cdot \frac{46}{3} = \frac{71}{2} - \frac{7}{4} \cdot \frac{46}{3} = \frac{426-322}{12} = \frac{26}{3}\,\% \approx 8{,}67\,\%$.

Оптимальная комбинация для ЦБ: $i_1 = 15{,}33\,\%$, $i_2 = 8{,}67\,\%$. Значения выпуска: $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = -\frac{2}{3}$.

Также имеется второе решение, которое можно найти из условия $x_1 = -x_2$. Получаем ставки $i_1 = 10\,\%$, $i_2 = 18\,\%$. Однако эта точка не подходит, поскольку величина потерь в этом случае оказывается больше.

Графически ситуация сводится к следующему:



Сравнение и экономическая интерпретация:

В пункте а) ЦБ был вынужден допустить сильный спад экономики ($x_1 = -2, x_2 = -2$), чтобы подавить инфляцию. Частичное заякоривание ожиданий (пункт б) означает, что агенты доверяют цели ЦБ (4 %). Это доверие в нашем случае (когда инфляция повышена) само по себе выступает фактором торможения инфляции: ожидаемая инфляция в первом периоде оказывается ниже, что оказывает дезинфляционный эффект и в первом, и во втором периоде (теперь инфляционные ожидания превышают целевой уровень не на 4 процентных пункта, а на 2). За счет этого центральный банк может поставить более низкие ставки по сравнению с пунктом а). В результате издержки приведения инфляции к цели существенно снижаются. Центральному банку больше не требуется столь сильно охлаждать экономику (разрыв выпуска составил всего $-\frac{2}{3}$ в каждом периоде вместо -2), устанавливая столь высокие процентные ставки (15,33 % и 8,67 % вместо 20 % и 10 %).

Схема проверки

а) Всего за пункт 5 баллов, из них:

К1 Корректно выписаны все необходимые уравнения для x_1, π_1, x_2, π_2 → 1 балл

К2 Получена зависимость $i_2 = 60 - 2{,}5i_1$ → 1 балл

К3 Дано содержательное объяснение отрицательной связи ставок (размен мягкой ДКП сегодня на жесткую ДКП завтра из-за роста ожиданий) → 1 балл

Комментарий. Засчитывалось также верное объяснение величины коэффициента. Без четкого указания, за счет чего происходит перенос эффекта из периода в период, ответ не засчитывается.

К4 Сформулировано условие оптимума (приравнены x_1 и x_2) → 1 балл

К5 Корректно найдена оптимальная комбинация ставок ($i_1 = 20\,\%, i_2 = 10\,\%$) и верно найдены значения выпуска $x_1 = x_2 = -2$ → 1 балл

Комментарий. Балл ставился только при наличии всех верных значений. Ответ $x_1 = x_2 = 2$ не засчитывался, поскольку при сдерживающей монетарной политике невозможно получить инфляционный разрыв выпуска.

б) Всего за пункт 7 баллов, из них:

К6 Корректно выписаны все необходимые уравнения для x_1, π_1, x_2, π_2 с учетом частично заякоренных ожиданий → 1 балл

К7 Получена верная зависимость $i_2 = 35{,}5 - 1{,}75i_1$ → 1 балл

К8 Корректно найдены оптимальные ставки $i_1 = 46/3\,\%$ (или 15,33 %) и $i_2 = 26/3\,\%$ (или 8,67 %) и разрывы выпуска $x_1 = x_2 = -2/3$ → 1 балл

К9 Получено второе решение и указано, что оно не подходит → 1 балл

К10 Явно и корректно указано сравнение ставок и разрывов выпуска в двух случаях →1 балл

К11 Дано подробное экономическое объяснение механизма → 2 балла

Общие комментарии к проверке.

- Арифметическая ошибка, которая не привела к изменению экономического смысла результатов, штрафуется в 1 балл. Если ошибка привела к изменению экономического смысла, то не засчитываются все последующие пункты, на которые данный результат повлиял.
- Если в работе указаны положительные разрывы выпуска (например, $x_1 = x_2 = 2$ в п. а)), то данный ответ считался неправильным и противоречащим экономическому смыслу задачи, поэтому баллы за нахождение решения, сравнение результатов пунктов и объяснение изменений не засчитывались.

Задача 4. *Пончики и конкуренция* *(12 баллов)*

Лицеисты города Водопрудного очень любят есть пончики. Суточный спрос на них задан функцией $q = 1200 - 20p$. Местная пекарня-монополист печет их со средними издержками, которые не зависят от объема продаж и составляют 10 руб. за штуку.

а) *(2 балла)* По какой цене нужно продавать пончики, чтобы максимизировать прибыль? Сколько пончиков будет продаваться? Какова будет ежедневная прибыль пекарни?

б) *(2 балла)* Видя высокий спрос, на рынок хочет войти конкурент с более высокими средними издержками, равными 16 руб. за штуку. Если монополист продает пончики не дороже 16 руб. за штуку, то конкурент на рынок не войдет. Чему станет равна максимальная прибыль пекарни, если она так и сделает?

в) *(4 балла)* Альтернативной стратегией является допуск новичка на рынок и взаимодействие с ним следующим образом: каждая из фирм поставляет на рынок некоторое количество пончиков. В зависимости от их суммарных поставок на основе функции спроса на рынке устанавливается цена. Новичок видит поставки местной пекарни и выбирает оптимальный выпуск, максимизирующий его прибыль. Более дальновидная местная пекарня понимает стратегию новичка и заранее выбирает свой выпуск так, чтобы обеспечить себе максимальную прибыль с учетом будущей реакции конкурента. Какую прибыль получит пекарня в этих условиях? Какая из двух стратегий (не пускать конкурента или стать лидером) оказывается выгоднее?

г) *(4 балла)* Предложите пример некоторой убывающей линейной функции спроса и средних издержек местной пекарни и новичка-конкурента, при которых более выгодной для пекарни (по сравнению с выбранной в предыдущем пункте) станет другая стратегия, или докажите, что это невозможно.

Решение

а) *(2 балла)* Если продавать пончики по цене p, функция прибыли местной пекарни примет вид $\pi = p \cdot q - 10q = p(1200 - 20p) - 10(1200 - 20p) = 1400p - 20p^2 - 12000 \to \max$.

Данная функция представляет собой параболу ветвями вниз. Максимум достигается в вершине: $p^* = \frac{1400}{2 \cdot 20} = 35$ руб.

Оптимальный объем продаж составит: $q = 1200 - 20 \cdot 35 = 500$ пончиков. Максимальная суточная прибыль равна: $\pi = (35 - 10) \cdot 500 = 12500$ руб.

б) *(2 балла)* Функция прибыли местной пекарни $\pi(p) = 1400p - 20p^2 - 12000$ монотонно возрастает в диапазоне $0 < p < 35$, поэтому пекарне хочется установить максимально высокую цену, при которой конкурент не войдет на рынок, то есть цену на уровне его издержек $p = 16$ руб. (при такой цене конкурент не сможет получать положительную прибыль и откажется от входа).

Объем продаж при данной цене: $q = 1200 - 20 \cdot 16 = 880$ пончиков. Соответствующее значение прибыли: $\pi = (16 - 10) \cdot 880 = 5280$ руб.

в) *(4 балла)* В качестве альтернативы пекарня пускает на рынок конкурента. Цена определяется суммарными поставками $q = q_1 + q_2$, где q_1 — выпуск местной пекарни, а q_2 — выпуск новичка. Найдем ее из функции спроса: $p = 60 - 0{,}05q = 60 - 0{,}05q_1 - 0{,}05q_2$.

Запишем прибыль новичка и максимизируем ее (он воспринимает q_1 как заданную величину): $\pi_2 = p{\cdot}q_2 - 16q_2 = (60 - 0{,}05q_1 - 0{,}05q_2)q_2 - 16q_2 = 44q_2 - 0{,}05q_2^2 - 0{,}05q_1q_2 \to$ max.

Это парабола ветвями вниз относительно q_2. Точка максимума достигается в вершине: $q_2 = \frac{44-0{,}05q_1}{2\cdot 0{,}05} = 440 - 0{,}5q_1$. Таким образом, мы получили кривую реакции новичка.

Подставим данную кривую реакции в функцию прибыли дальновидной местной пекарни: $\pi_1 = p \cdot q_1 - 10q_1 = (60 - 0{,}05q_1 - 0{,}05q_2)q_1 - 10q_1 = (50 - 0{,}05q_1 - 0{,}05(440 - 0{,}5q_1))q_1 \to$ max.

Упростим выражение в скобках: $\pi_1 = (50 - 0{,}05q_1 - 22 + 0{,}025q_1)q_1 = (28 - 0{,}025q_1)q_1 = 28q_1 - 0{,}025q_1^2 \to$ max.

Это снова парабола ветвями вниз. Найдем оптимальный выпуск местной пекарни: $q_1 = \frac{28}{2\cdot 0{,}025} = 560$ пончиков.

Выпуск новичка: $q_2 = 440 - 0{,}5 \cdot 560 = 160$ пончиков. Суммарный объем поставок: $q = q_1 + q_2 = 560 + 160 = 720$. Цена на рынке: $p = 60 - 0{,}05 \cdot 720 = 24$ руб.

Прибыль пекарни составит: $\pi_1 = (24 - 10) \cdot 560 = 7840$ руб. Сравним две стратегии: $7840 > 5280$. Выгоднее пустить конкурента на рынок и сыграть роль лидера, чем ставить барьеры входа, искусственно занижая цену.

г) *(4 балла)* Противоположный вывод невозможен. Докажем это. Пусть обратная функция спроса на пончики имеет вид $p = a - bq = a - b(q_1 + q_2)$, а средние издержки производства не зависят от выпуска и составляют соответственно c_1 и c_2 для пекарни и новичка-конкурента (причем логично предположить, что $c_1 < c_2$).

В рамках первой стратегии (барьеры входа) пекарня устанавливает цену $p_1 = c_2$, продавая при этом продукцию в количестве $q_1 = \frac{a-c_2}{b}$. Прибыль пекарни примет вид:

$$\pi_1^{limit} = (p_1 - c_1)q_1 = \frac{(c_2 - c_1)(a - c_2)}{b}.$$

В рамках второй стратегии (которая представляет собой стратегию лидера по Штакельбергу) дальновидная пекарня учитывает при принятии решения о выпуске оптимальные действия новичка, максимизирующего свою прибыль: $\pi_2 = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - c_2q_2 \to$ max. Отсюда можно найти кривую реакции новичка: $q_2 = \frac{a-c_2}{2b} - 0{,}5q_1$. Подставим полученную зависимость в функцию прибыли пекарни: $\pi_1^{stackelberg} = \left(a - b\left(q_1 + \frac{a-c_2}{2b} - 0{,}5q_1\right)\right)q_1 - c_1q_1 = \left(\frac{a+c_2-2c_1}{2} - 0{,}5bq_1\right)q_1 \to$ max.

Максимизация данной квадратичной функции дает решение: $q_1^* = \frac{a+c_2-2c_1}{2b}$. Прибыль пекарни при этом будет равна:

$$\pi_1^{stackelberg} = 0{,}5b(q_1^*)^2 = \frac{(a + c_2 - 2c_1)^2}{8b}.$$

Сравним прибыли пекарни при двух описанных стратегиях поведения, вычтя из второй прибыли первую. Для удобства обозначим $x = a - c_2$ и $y = c_2 - c_1$. Тогда числитель можно выразить через эти переменные: $a + c_2 - 2c_1 = x + 2y$. Разность прибылей примет вид:

$$\Delta\pi = \pi_1^{stackelberg} - \pi_1^{limit} = \frac{(x+2y)^2}{8b} - \frac{xy}{b} = \frac{x^2-4xy+4y^2}{8b} = \frac{(x-2y)^2}{8b} \geqslant 0.$$

Таким образом, доказано, что прибыль от стратегии «пустить конкурента на рынок» в условиях задачи всегда не ниже (в большинстве случаев строго выше), чем от стратегии «создавать ценовые барьеры входа».

Представленное выше аналитическое доказательство справедливо при $c_2 < \frac{1}{3}a+\frac{2}{3}c_1$.

При $c_2 > \frac{a+c_1}{2}$ пекарня ведет себя как монополист, новичок не входит на рынок, но это не является сменой стратегии. Баллы в этом случае не ставятся.

При $c_2 \in [\frac{1}{3}+\frac{2}{3}c_1; \frac{a+c1}{2}]$ пекарня, максимизирующая прибыль, выберет выпуск $q_1 = 1200{-}20c_2$, новичок на рынок не войдет. Обе стратегии приведут к одинаковым результатам, но строго лучшего результата не достигается. За такое решение ставится 2 балла.

Если в этом же диапазоне значений c_2 для пекарни использовалась прежняя стратегия $q_1 = \frac{a+c_2-2c_1}{2b}$ и прибыль $\pi_1^{stackelberg} = \frac{(a+c_2-2c_1)^2}{8b}$, это не является оптимальной стратегией, поэтому строго лучшего результата не достигается. С учетом ошибки за такое решение ставится 2 балла.

Если доказательство невозможности корректно проведено для конкретных (например, заданных в пунктах а-в) издержек или конкретной функции спроса, за это ставится 2 балла.

Если частный пример с ошибкой, не приводящей к эквивалентности стратегий, выдавался за контрпример, за него баллы не ставятся.

Можно рассмотреть более общую задачу сравнения тех же двух стратегий пекарни для функций спроса и издержек произвольного вида. Вывод о том, что стратегия ценового вытеснения новичка не может быть строго выгоднее стратегии лидера по Штакельбергу, сохраняется.

Пусть для некоторой убывающей функции спроса $q_D(p)$ и неубывающих суммарных издержек $TC_1(q_1)$ и $TC_2(q_2)$ оптимальной стратегией пекарни оказывается вытеснение конкурента через установление цены p^*. Это означает, что $q_2 = 0$, $q_1 = q_D(^*)$.

Пусть лидер по Штакельбергу выйдет на рынок с объемом $q_1 = q_D(p^*)$. С учетом неотрицательной добавки конкурента и убывания спроса цена при этом окажется не выше p^*, что тем более приведет к $q_2 = 0$. Из этого следует, что, как минимум, результат, эквивалентный стратегии вытеснения, для лидера по Штакельбергу достижим.

За подобное доказательство ставится полный балл за пункт г), то есть 4 балла.

Схема проверки

а) Всего за пункт (а) 2 балла, из них:

К1 За верное нахождение цены или объема, либо корректное выписывание функции прибыли от одной переменной → 1 балл

К2 За полное решение задачи монополиста (цена, объем, прибыль) → 1 балл

б) Всего за пункт (б) 2 балла, из них:

K3 За верное нахождение цены и объема → 1 балл
K4 За нахождение прибыли → 1 балл

в) Всего за пункт (в) 4 балла, из них:

K5 Решение задачи новичка, получение его кривой реакции → 1 балл
K6 Выписывание задачи пекарни от одной переменной q_1 → 1 балл
K7 Полное решение задачи пекарни в равновесии → 1 балл
K8 Вывод о том, какая стратегия выгоднее → 1 балл

г) Всего за пункт (г) 4 балла, из них:

K9 Полное решение задачи пекарни в случае создания ценовых барьеров входа → 1 балл
K10 Выписывание задачи пекарни от одной переменной q_1 → 1 балл
K11 Полное решение задачи пекарни в случае допуска новичка на рынок → 1 балл
K12 Корректное доказательство, что прибыль от второй стратегии всегда выше, чем прибыль от первой → 1 балл